# Y el axioma se hizo…

A la lucerna le quedaba muy poco aceite; quizá ya era hora de dejarlo, al menos por ese día. La obra que tantas veces había imaginado iba tomando una forma más definida. Su sueño, un gran compendio del conocimiento matemático de todos los tiempos, poco a poco se consolidaba. Qué orgullosos se sentirían Tales, Pitágoras, Platón, Eudoxo, Teeteto… de ver por fin compilados en una sola obra todos sus conocimientos, sus métodos para construir figuras, sus teoremas…

Pero faltaba algo. Aquel tratado, cuya extensión había superado sus expectativas, necesitaba unos prolegómenos a la altura del resto del conjunto. Por fin la razón se imponía a la superstición. Por fin el conocimiento, la lógica y la argumentación servirían para que no todo se explicase según algún tipo de magia extraña o por la intervención de los dioses.

¿Cómo debería empezar aquel maravilloso recorrido por todo el conocimiento de tantos siglos? A decir verdad, no todo estaba definido en aquella obra, pues faltaban las partes más fundamentales de aquellos elementos, esas piezas, tan pequeñas que difícilmente se podían demostrar. Faltaba lo obvio… quizá estaba obviando lo obvio. Se hacía necesario definir lo infinitamente pequeño: el punto. Se hacía también necesario definir la recta, la circunferencia y el ángulo recto. Cualesquiera de estas unidades quedaban por sí mismas demostradas, eran verdades evidentes; *aitemata* parecía el nombre adecuado para aquellos conceptos. Postulado, el cimiento, la base sobre la que se construía toda la matemática.

La lámpara se apagó. Meditaría aquella noche sobre esta idea y tal vez la incluiría al día siguiente en sus *Elementos*.

## Buscando la luz al final del túnel

Me divierte mucho imaginarme a los grandes hombres y mujeres de ciencia de la Antigüedad en esos momentos sin parangón en los que, conscientes o no, estaban cambiando el rumbo de la historia; en esos momentos en los que cada uno añadía su pequeño sillar a esa gran catedral repleta de vidrieras que es hoy la ciencia. En este caso mi ensoñación ha sido muy solemne, aunque estoy seguro de que en muchas ocasiones todo fue mucho menos épico y seguramente casual, inesperado y cotidiano. En cualquier caso, la matemática es una disciplina que se estudia y se aprende dando la espalda a quienes la han construido, hemos ido poco a poco deshumanizándola. Parece que las ideas matemáticas caen del cielo, y no de personas que intentaban mejorar nuestro conocimiento de la realidad, para así conseguir, en definitiva, una mejor calidad de vida. No será así en estas páginas, donde nos cruzaremos con muchos personajes ilustres, e intentaremos mostrar sus lados épicos y sus lados más humanos.

Durante mucho tiempo, los filósofos han intentado entender la esencia de todos los conocimientos humanos. Los matemáticos, que nos ocupamos en muchos casos de cuestiones casi filosóficas, también nos hemos tenido que hacer la pregunta: ¿qué es la matemática? o, quizá más importante aún, ¿qué no es la matemática? y ¿qué nos diferencia de las otras ciencias?

Aunque en el colegio hemos repetido operaciones y procesos aritméticos hasta el hastío, eso es solo el conjunto de las herramientas del matemático, pues los objetivos que persigue están muy lejos del mero manejo fluido de estos *accesorios*. Pensar que la matemática es simplemente eso sería como decir que Velázquez o Picasso eran personas que utilizaban pinceles, en vez de hablar de *Las meninas* o el *Guernica*. La matemática es la disciplina que se ocupa de cómo pensar bien; para muchos, el arte de pensar con rigor. Se ocupa de cómo observar todo lo que nos rodea, sea abstracto o real, para encontrar patrones, para buscar regularidades. Las matemáticas pretenden encontrar el orden oculto de nuestro entorno para controlar el caos y para, de algún modo, manejar la incertidumbre.

Nuestro problema es que, mientras para apreciar la belleza de una pintura no necesito conocer nada sobre tipos de pigmentos o pinceles, para apreciar la importancia del teorema de Pitágoras debo saber que es área, que es un triángulo rectángulo y qué es la hipotenusa. Por eso, para apreciar la belleza de teoremas como el «Teorema de incompletitud de Gödel» vamos a tener que caminar un camino largo, que nos dé herramientas para poder valorar con criterio su importancia y, sobre todo, su belleza.

Y este camino debe empezar desde un punto de partida muy básico. Si queremos estar seguros de que el rigor es la pieza clave de nuestra ciencia, tenemos que definir incluso las partes más pequeñas. Conceptos obvios, como «punto», «recta», «ángulo» o «circunferencia», se han utilizado desde mucho antes de haberles dado una definición concreta y, aunque parezca una contradicción, es muy difícil definir con rigor algo que ya todo el mundo conoce. Por no hablar de la definición concreta de «argumento», «definición», «demostración» o «contradicción».

Por ello, hace algo más de un siglo los matemáticos, que ya habían erigido los cimientos más robustos de su disciplina, sufrieron un tremendo impacto cuando descubrieron que quizá algunos de ellos podrían fallar. Durante siglos se habían limitado a construir sobre lo que habían dejado quienes los antecedían, pero nunca se habían planteado si las bases estaban bien asentadas. Esto desencadenó que a finales del siglo XIX comenzara lo que se denominó con el tiempo «la crisis de los fundamentos».

En esta crisis se retomaron muchas grandes cuestiones que se habían mantenido sin respuesta durante siglos, bien por no tener herramientas para contestarlas, o bien por miedo a enfrentarse a estas preguntas.

De todas estas cuestiones, vamos a centrarnos simplemente en tres que se han formulado a lo largo del tiempo y forman el motor que hará avanzar nuestra trama:

1. ¿Qué define y diferencia realmente a la ciencia matemática: los axiomas, la lógica, los procesos de demostración?
2. ¿Podemos crear unas matemáticas tan rigurosas y aisladas de la ambigüedad del lenguaje como para desarrollar razonamientos de forma automática, mecánica o algorítmica?
3. ¿Cómo podemos enfrentarnos a la idea de infinito?

Sé que puede parecer que estas tres preguntas no tienen mucho que ver entre sí. Sin embargo, en las próximas páginas vas a poder comprender cómo las respuestas a estas cuestiones se van entretejiendo, y en gran medida son interdependientes. Forman una especie de pequeño sistema de tres cuerpos en el que cualquier cambio —de cualquiera de los tres— provoca que el sistema se desestabilice. ¿Encontraremos, entonces, una solución que nos permita entender la relación entre los tres o, por el contrario, tendremos que dar la razón a Henri Poincaré y suponer que nuestras tres respuestas forman un conjunto que tiende al caos?

Intentaremos transitar por el mismo camino que ha recorrido la ciencia matemática, escoltados por unos guías de excepción, para ver si la ciencia y la razón han conseguido vencer en la batalla contra el mito, la superstición y la duda. Intentaremos aclarar los conceptos que utiliza a diario un matemático, que no son sumas, multiplicaciones o complicadas integrales, sino axiomas, procesos lógicos y demostraciones.

Y ese camino empezó hace mucho tiempo… en torno al año 325 a. C. mientras un hombre escribía sus ideas a la luz de una lámpara de aceite.

La obra de la que hablamos, los *Elementos*, es seguramente el compendio de matemáticas más importante de todos los tiempos y en él se explican los principales conceptos básicos de este campo. Digamos que contiene la mayoría de los conocimientos que aprendemos en la escuela primaria y parte de la secundaria en la actualidad. De hecho en muchas épocas se utilizó casi a modo de libro de texto, y hasta se hicieron ediciones más «amigables» para los alumnos como la desarrollada por Oliver Byrne en 1847, un ejercicio de cómo transmitir a través de la simplificación y el color la belleza que un matemático aprecia al leer un teorema.

Se estima que los *Elementos* se tradujeron al latín por primera vez a finales del siglo XII. Parece que la primera traducción la realizó Adelardo de Bath (*c.* 1080 - *c.* 1150), un conocido traductor medieval que debió de componer la obra a partir de alguna edición en árabe. Tuvo que ser un libro muy popular, pues, a pesar de todo, podemos contar a día de hoy más de medio centenar de ejemplares de aquella época que han resistido el paso del tiempo. Algunos investigadores piensan que la aparición de este libro en latín dio luz al camino de los arquitectos medievales, los ayudó a continuar más allá de la oscuridad de las construcciones románicas y los catapultó a la belleza geométrica y la luminosidad de las construcciones góticas.

Muchas pudieron ser las contribuciones árabes a este tratado, pero si se retrocede en el tiempo, se puede afirmar con bastante certeza que los árabes tradujeron la obra de algún ejemplar griego editado por Teón de Alejandría (*c.* 335 - *c.* 415), matemático y astrónomo griego, así como director del Museion, una escuela establecida en Alejandría, en cuya biblioteca se almacenaban los códices que habían conseguido sobrevivir a los múltiples desastres que habían ido siglo a siglo arrasando la Gran Biblioteca de Alejandría. Junto con su hija, la famosa matemática Hipatia (*c.* 370 - *c.* 415), realizó comentarios a diversas obras de la Antigüedad, entre ellas a los *Elementos*. A día de hoy, aún no se puede afirmar con certeza que la versión del tratado que manejamos no tenga aportaciones de Teón o Hipatia que no estaban en la obra original...

Aquí se pierde un poco el rastro, por lo que hay que retroceder otros seiscientos años para llegar al momento en el que el genial Euclides observaba el crepitar de la llama de una lucerna.