LAS MATEMÁTICAS DE LA NATURALEZA

La invisible estructura que subyace a la armonía del mundo

CARLO FRABETTI

Shackleton books

Las matemáticas de la naturaleza. La invisible estructura que subyace a la armonía del mundo

Shackleton
books

@Shackletonbooks
shackletonbooks.com

Realización editorial: Bonalletra Alcompas, S. L.
Diseño de cubierta: Lookatcia
Diseño: Kira Riera
Maquetación: reverté-aguilar
© Ilustraciones: Jordi Dacs
© Fotografías: Todas las imágenes de este volumen son de dominio público excepto las de las páginas 11(Nicku/ Shutterstock.com), 22 (Claudio Divizia / Shutterstock.com, Vladimir Wrangel / Shutterstock.com y Ángel Lina / Shutterstock.com), 35 (Grey Carnation / Shutterstock.com), 45 (Hans Slegers / Shutterstock.com), 49 (Hadrian / Shutterstock.com y Clarissa Harwell / Shutterstock.com), 51 (Luc Viatour / www.Lucnix.be/ Wikimedia Commons), 52 (Jakub Krechowicz Shutterstock.com), 58 (Offscreen / Shutterstock.com), 63 (Pi-Lens / Shutterstock.com), 64 (Andrii Siradchuk / Shutterstock.com), 67(Africa Studio/ Shutterstock.com), 68 (Suthat Chaithaweesap / Shutterstock.com y Natasha Breen / Shutterstock.com), 69 (Filip Bjorkman / Shutterstock.com), 73 (Lisa A/Shutterstock.com y movit/ Shutterstock.com), 82 (Bernhard Richter / Shutterstock.com), 84 (Planner / Shutterstock.com), 86 (Jeanette Dietl / Shutterstock.com), 98 (Georgios Kollidas/ Shutterstock.com),105 (Georgios Kollidas / Shutterstock.com), 122 (Natalia van D. / Shutterstock.com y azure1 / Shutterstock.com), 131 (Gettyimages).

Depósito legal: B 13581-2025
ISBN: 978-84-1361-356-7
Impreso por EGEDSA (España)

Contenido

A modo de introducción: El libro de la naturaleza

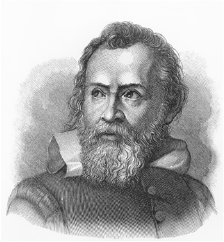
«El libro de la naturaleza está escrito con el lenguaje de las matemáticas», dijo Galileo, y también: «Hay que medir todo lo que es medible y hacer medible lo que no lo es». Esta era una forma de decir que la mera descripción de los fenómenos naturales no bastaba, había que expresarlos mediante fórmulas matemáticas que permitieran realizar cálculos y predicciones fiables. No era suficiente con saber que un objeto que cae desde cierta altura se mueve verticalmente hacia abajo y lo hace a gran velocidad, sino que, además, había que calcular esa velocidad de caída. Y para ello era necesario realizar unas mediciones precisas.

Solemos pensar que la calidad es mejor que la cantidad, pero eso solo es cierto si usamos el término «calidad» en su sentido más coloquial y meliorativo, como cuando decimos que es mejor tener pocos amigos buenos que muchos malos. Pero, en realidad, lo cuantitativo supone un avance sobre lo cualitativo (un salto cualitativo, valga la paradoja). Decir de alguien que es alto (cualidad) es dar una información poco precisa y, además, relativa: no es lo mismo ser alto en Perú que en Noruega; si decimos de alguien que mide 1,85 m (cantidad), estamos dando una información muy precisa que nos permite desde comprarle un traje a esa persona hasta encargar su ataúd. Esto es lo que Galileo comprendió en toda su importancia (y antes que él, Leonardo da Vinci, como veremos más adelante), y con esta visión matemática del mundo y la consolidación del pensamiento cuantitativo se inició la ciencia moderna.

El propio Galileo contribuyó notablemente al desarrollo de su programa de medición universal, pues al descubrir que el período de oscilación de un péndulo solo depende de la longitud de su brazo y no de su masa ni de la amplitud de la oscilación, dio paso a la elaboración de relojes muy precisos que permitieron medir el tiempo con exactitud (aún hoy seguimos usando relojes de péndulo, cuya precisión es comparable a la de los digitales). Y medir el tiempo con exactitud significaba poder medir también velocidades y aceleraciones, lo cual, a su vez, permitió empezar a expresar los fenómenos naturales mediante fórmulas matemáticas.

Y en eso estamos: seguimos midiendo todo lo medible con una exactitud cada vez mayor e intentando hacer medible lo que aún no lo es, asombrándonos sin cesar de que el libro de la naturaleza esté escrito con el claro y preciso lenguaje de las matemáticas. Pues, como dijo Eugene Paul Wigner, premio Nobel de Física:

Galileo Galilei (1564–1642)



Considerado el padre de la ciencia moderna, Galileo Galilei nació en Pisa en 1564. Desde muy joven se interesó por las matemáticas, la astronomía y la física, y siendo todavía estudiante descubrió la isocronía del movimiento pendular (el tiempo de oscilación de los péndulos de la misma longitud es constante, independientemente de lo amplio que sea su recorrido), que marcó el comienzo de la mecánica como ciencia.

Fue el máximo representante de la Revolución Científica durante el Renacimiento: formuló las primeras leyes del movimiento, creó el telescopio astronómico, descubrió los cuatro satélites mayores de Júpiter, confirmó la teoría heliocéntrica con sus minuciosas observaciones y, sobre todo, hizo del método experimental y el pensamiento cuantitativo las herramientas fundamentales de la ciencia.

En 1633, Galileo fue juzgado por la Inquisición por defender el heliocentrismo, lo que lo convirtió en símbolo del conflicto entre ciencia y religión. Tras ser obligado a retractarse, se cuenta que dijo: *Eppur si muove* ('Y sin embargo, se mueve', refiriéndose a la Tierra), que se convertiría en el lema del racionalismo frente al dogmatismo religioso.

> La enorme utilidad de las matemáticas en las ciencias naturales es algo que roza lo misterioso, y no hay explicación para ello. No es en absoluto natural que existan leyes de la naturaleza, y mucho menos que el ser humano sea capaz de descubrirlas. Lo adecuado que resulta el lenguaje de las matemáticas para la formulación de las leyes de la física es un regalo maravilloso que no acabamos de comprender.

No acabamos de comprenderlo, pero cada vez lo tenemos más claro. Con la eclosión de la informática, la «matematización» del saber ha alcanzado niveles que hasta hace poco resultaban inimaginables, y seguimos avanzando a grandes pasos por un fascinante camino que se inició cuando nuestros ancestros empezaron a contar y a medir. Poco a poco, la enorme utilidad de las matemáticas para describir y predecir los fenómenos naturales se fue manifestando a los perplejos humanos, embargados por la sensación de haber recibido un regalo maravilloso.

Seguimos avanzando a grandes pasos, haciendo y descubriendo camino al andar; este camino recorre la naturaleza en todas direcciones para adentrarse en sus espesuras más remotas y llevarnos más allá; es un camino cuyos vericuetos y principales hitos se intentará describir en las páginas siguientes.

El libro de la naturaleza está escrito con el lenguaje de las matemáticas, y el libro de las matemáticas lo dicta la naturaleza, pues nuestra relación con ella como seres racionales —la necesidad que tenemos de comprenderla y de controlarla— nos obliga a contar y a medir. Dicho de otro modo, la de las matemáticas con la naturaleza es una relación dialéctica, un continuo y fecundo diálogo entre la mente y la materia. Y participar en ese diálogo es una de las más fascinantes aventuras que podemos emprender.

Los números naturales

La necesidad de contar

Mucha gente ve las matemáticas como algo muy alejado de la vida cotidiana, un universo de abstracciones y entelequias que, más allá de unas cuantas aplicaciones prácticas, poco tiene que ver con el mundo real. Sin embargo, las matemáticas empezaron a desarrollarse a partir de necesidades tan básicas como contar objetos o medir distancias y superficies (por eso se denomina «geometría», que literalmente significa «medición de la tierra», la rama de las matemáticas que estudia las figuras).

Nuestros ancestros empezaron a contar antes incluso de ser humanos. Lo sabemos porque muchos animales distinguen entre conjuntos de diferente número de elementos, y algunos exhiben una sorprendente capacidad numérica; los cuervos, por ejemplo, pueden contar hasta nueve, en el sentido de que ven incluso la diferencia —difícil de captar de una ojeada— entre un conjunto de ocho elementos y otro de nueve.

Desde que los humanos comenzamos a caminar erguidos, el hecho de tener dos manos libres con cinco dedos en cada una debió de facilitarnos mucho la tarea. Pero una cosa es contar unos pocos objetos cuyo número se puede abarcar de un vistazo, y otra muy distinta contar una gran cantidad de elementos y tener que registrar de alguna manera ese cómputo para no olvidarlo.

¿Por qué 11 es once y no dos?

Una manzana al lado de otra manzana son dos manzanas. Un uno al lado de otro uno son dos unos, o sea, dos. Y, de hecho, así lo entendieron los antiguos romanos, para quienes II era dos. ¿No es más lógico el sistema de numeración romano? ¿Por qué lo hemos abandonado?

El sistema romano era aceptable cuando solo se manejaban números relativamente pequeños, y por eso aún sigue utilizándose para escribir las fechas en las placas conmemorativas, o para indicar las horas en las esferas de algunos relojes, o para designar los siglos y a los reyes: el siglo XXI, Alfonso X el Sabio…

Pero en cuanto pasamos del millar, la notación romana se vuelve excesiva y farragosa; compárese, por ejemplo, MMMCCCXXXIII con 3333. Y, sobre todo, las operaciones más sencillas se vuelven complicadísimas con los números romanos; no hay más que intentar multiplicar XXIV por XVII para comprobarlo.

Por eso 11 es once y no dos, porque… Es mejor explicarlo mediante un cuento.

El cuento de la cuenta

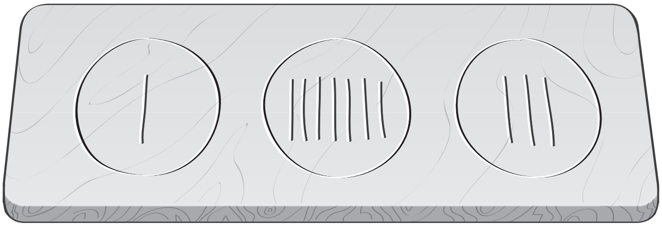
Remontémonos con la imaginación a los primeros tiempos de la ganadería e imaginemos a un pastor ancestral que solo tiene cuatro o cinco ovejas. Cuando las lleva a pastar no necesita contarlas, pues le basta con echar un vistazo para comprobar que están todas. Poco a poco su pequeño rebaño va creciendo, y cada vez le cuesta más saber, de una ojeada, si están todas sus ovejas o falta alguna. Pero cuando llega a tener diez ovejas, el pastor hace un descubrimiento sensacional: si levanta un dedo por cada oveja y tiene que levantar todos los dedos de las dos manos, es que no falta ninguna.

Pero el rebaño sigue creciendo y los dedos de la mano ya no son suficientes. Entonces el pastor tiene otra idea brillante: cuando se acaban los diez dedos, mete una piedrecita en un cuenco de barro y empieza a contar otra vez con los dedos a partir de uno, pero sabiendo que la piedrecita del cuenco vale por diez. Y para descansar las manos y no tener que estar levantando los dedos continuamente, coge un nuevo cuenco y empieza a contar metiendo directamente piedrecitas en él; cuando llega a diez, lo vacía y mete una piedra en el otro cuenco, en el que cada piedrecita vale por diez.

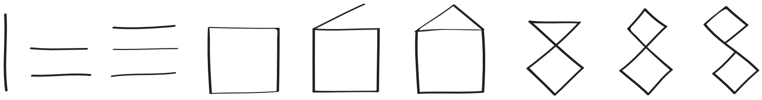
Durante un tiempo tiene suficiente con los dos cuencos. Pero cuando su rebaño crece hasta superar el centenar de ovejas, se da cuenta de que nada le impide repetir el truco de hacer que cada piedrecita de un cuenco valga por diez de las del otro. Coge un nuevo cuenco y, cuando hay diez piedras en el de las decenas, lo vacía y mete una en el tercer cuenco, y esa piedra vale por diez de las de diez, o sea, por cien.

Si al cabo de una jornada de pastoreo, tras meter las ovejas en el redil y contarlas una a una, el pastor se encontraba con cuatro piedras en el primer cuenco, una en el segundo y dos en el tercero, sabía que tenía cuatro ovejas más una decena más dos centenas, o sea, doscientas catorce.

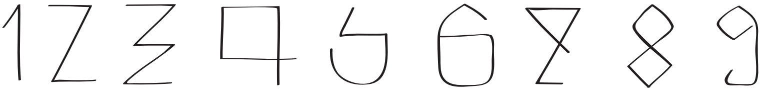
Pero un día el pastor se hace con una tablilla de arcilla y un punzón, y en vez de usar cuencos y piedras de verdad, empieza a dibujar en la tablilla unos círculos que representan los cuencos y a hacer marcas en su interior en lugar de poner piedrecitas; y las marcas son rayas, que con un punzón son muy fáciles de hacer y se ven con claridad.



Sin embargo, pronto se da cuenta de que las rayas, si las hace todas verticales o todas horizontales, no resultan muy cómodas, pues no es fácil distinguir de una ojeada siete de ocho u ocho de nueve. Entonces empieza a diversificar los números cambiando la disposición de las rayas.



A medida que va familiarizándose con los nuevos números, los escribe cada vez más deprisa, sin levantar el punzón de la tablilla, y empiezan a salirle así:



Poco a poco, va redondeando las formas de sus números con trazos cada vez más fluidos, hasta que acaban teniendo este aspecto:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

El pastor enseguida comprende que no hacía falta dibujar los círculos que representaban los cuencos, ahora que los números son compactos y no pueden confundirse las rayas de un círculo con las del contiguo. Así que solo deja el círculo del cuenco cuando está vacío. Por ejemplo, si tiene tres centenas, ninguna decena y ocho unidades, pone en la tablilla:

Podría parecer más fácil dejar un espacio en blanco, pero el espacio en blanco solo se ve si tiene un número a cada lado, y para escribir veinte, por ejemplo, que son dos decenas y ninguna unidad, no se puede escribir solo 2, porque eso es dos. Por lo tanto, es necesario el círculo vacío, y el pastor acaba reduciéndolo para que sea del mismo tamaño que los demás signos, de modo que el trescientos ocho del ejemplo anterior acaba teniendo este aspecto:

308

El pastor ha inventado (o descubierto) el cero, con lo que nuestro maravilloso sistema de numeración está completo.

Las cosas no sucedieron así, obviamente, y aunque es probable que, desde sus mismos comienzos, la ganadería estimulara notablemente la necesidad de contar y registrar números, el cero y el sistema de numeración posicional que hace posible llegaron mucho después. Varias civilizaciones antiguas (babilonios, egipcios, griegos, mayas) tenían un signo para indicar el cero, o sea, la ausencia de elementos; sin embargo, eran «ceros imperfectos», no operativos, pues no se usaban para escribir números en notación posicional, cosa que no comenzó a hacerse hasta el siglo VI de nuestra era, en algún lugar de la India. Los árabes tomaron de los indios su eficaz sistema de numeración, que desde Andalucía llegó a Cataluña y luego a toda Europa, aunque no de forma inmediata, pues hasta el siglo XIII no se difundieron los «números arábigos», como se denominaron para distinguirlos de los romanos.

Así que 11 es once y no dos porque nuestro sistema de numeración es posicional, o sea, que el valor de cada cifra viene determinado por la posición que ocupa: la primera cifra empezando por la derecha indica las unidades, la segunda, las decenas; la tercera, las centenas; y así sucesiva e indefinidamente.

Y, además de posicional, nuestro sistema es decimal, porque pasamos de una cifra a la siguiente, como en los cuencos del pastor, por grupos de diez: una decena equivale a diez unidades, una centena a diez decenas, etcétera.

¿Es el cero un número natural?

Los números enteros y positivos (1, 2, 3, 4, 5…) se llaman «naturales» porque son los que sirven para contar los objetos reales que hay en la naturaleza. Los demás números (negativos, fraccionarios, irracionales, imaginarios…) pueden considerarse «artificiales» en el sentido de que no se corresponden con algo que es posible observar directamente en el mundo material. A propósito de esto, el matemático alemán Leopold Kronecker llegó a decir: «Dios hizo los números naturales, los demás son obra del hombre».

Pero ¿y el cero? Algunos matemáticos lo incluyen en la lista de los números naturales, pero otros no, y hay quienes ni siquiera lo consideran un número propiamente dicho. En cualquier caso, es una discusión que en nada afecta a la utilización que se hace de él y su papel fundamental en nuestro sistema de numeración posicional, que nos permite escribir cualquier número de forma automática y sencilla, así como llevar a cabo operaciones con rapidez y eficacia sin más preparación que aprender la tabla de multiplicar.